Министерство образования Иркутской Области
Департамент образования комитета города Иркутска
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ г. Иркутска
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

РАССМОТРЕНО
На заседании МО учителей
математики
от 30.08.2023 г. протокол №1
Руководитель И.Л. Коваленок

УТВЕРЖДЕНО
Приказ № 01-06-151/2
31.08.2023 г.
Директор Е.Ю Кузьмина

ПРИНЯТО
Решением педагогического совета
от 30.08.2023 г., протокол №1

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

По курсу внеурочной деятельности
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КРУЖОК»
для обучающихся 11 – х классов

Составитель программы:
МАЛАКИЧЕВ А.О.,
учитель математики,
высшая квалификационная категория

г. Иркутск, 2023 год

Аннотация к рабочей программе по внеурочной деятельности «Математический кружок» 11 класс 2023-2024 учебный год

Программа по внеурочной деятельности «Математический кружок» для обучающихся 10 - х классов разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Программа «Математический кружок» относится к обще интеллектуальному направлению реализации внеурочной деятельности в рамках ФГОС.

Отличительной особенностью данной образовательной программы является то, что программа «Математический кружок» предусматривает углубление знаний учащихся, получаемых ими при изучении основного курса, развитие познавательного интереса к предмету, любознательности, смекалки, расширение кругозора. Занятия построены так, чтобы быть для учащихся интересными, увлекательными и занимательными. Отбор содержания курса произведен в соответствии с выбранными принципами параллельности и опережающей сложности. Отобрано большое количество задач, для решения которых используются арифметические способы решения, что позволяет учить учащихся логически мыслить, рассуждать, развивать речь. Материал программы включает много нестандартных задач и способы их решения, что способствует развитию школьников, формированию у них познавательного интереса не только к решению задач вообще, но и самой математике.

Срок реализации: 1 год

Режим занятий: Количество часов, выделенных на изучение курса 17 часа в год, количество часов и занятий в неделю – через неделю. Продолжительность занятий 40 мин.

Прогнозируемые результаты и способы их проверки:

- быстро считать, применять свои знания на практике, приобретать навыки нестандартного мышления.
- научатся мыслить, рассуждать, анализировать условия заданий
- использовать рациональный способ решения задач;
- работать с чертежными инструментами;
- анализировать свою работу, исправлять ошибки, восполнять пробелы в знаниях из разных источников информации;
- применять некоторые приёмы быстрых устных вычислений при решении задач;
- применять полученные знания, умения и навыки на уроках математики.
- создавать творческие работы, доклады с помощью взрослых или самостоятельно;
- вести исследовательскую работу и участвовать в проектной деятельности самостоятельно или с помощью взрослых

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В программу включены содержание, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу десятого и одиннадцатого классов, а также оценочные материалы (приложение 1) и методические материалы (приложения 2).

Программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования по математике с учетом особенностей организации образовательного процесса Лицея ИГУ:

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	10 класс
Количество учебных недель	35
Количество часов в неделю	2 ч/нед
Количество часов в год	70

Уровень подготовки учащихся – углубленный.

Место предмета в учебном плане – часть, формируемая участниками образовательных отношений (часы на занятия, обеспечивающие различные интересы и потребности обучающихся).

Планируемые результаты

Личностные результаты

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания: проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания: готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания: установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания: способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценностей научного познания: ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия: готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологического воспитания: ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;
8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды: готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других; необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие; способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

1. ориентация обучающихся на инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
2. развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.
3. готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности.

Метапредметные результаты

Регулятивные универсальные учебные действия

Ученик научится:

4. ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
5. оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
6. организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
7. сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Ученик научится:

8. находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
9. выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
10. выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
11. менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Ученик научится:

12. осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
13. развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
14. выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты:

Ученик научится:

– владеть комбинаторно-логическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

– самостоятельно формулировать логические высказывания, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций в и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах комбинаторных объектов, проводить в несложных случаях классификацию по различным основаниям;

– исследовать чертежи и схемы, включая визуальные представления графов, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах и схемах;

– решать задачи комбинаторно-логического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные рассуждения, исследовать возможность применения теорем и формул комбинаторики и логики для решения задач;

– уметь формулировать и доказывать комбинаторно-логические утверждения;

– применять простейшие методы системного анализа при решении задач.

В повседневной жизни и при изучении других предметов:

– составлять с использованием комбинаторных характеристик математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

Учащиеся получат возможность научиться:

– свободно оперировать комбинаторно-логическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;

– выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках комбинаторных конфигураций и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы конфигураций.

Содержание программы по курсу «Решение олимпиадных задач по математике»

I. Аналитические методы (5 часов)

Решение уравнений и неравенств в целых числах, с целой и дробной частями числа.

Неравенство Коши-Буняковского. Доказательство неравенств нестандартными методами. Решение текстовых задач.

II. Инварианты и полуинварианты (5 часов)

Инварианты и полуинварианты преобразований. Использование метода раскрашивания при поиске инвариантов и полуинвариантов. Исследование чисел на делимость и нахождение остатков при поиске инвариантов и полуинвариантов. Обобщенный принцип Дирихле.

III. Логические задачи (4 часов)

Логические задачи на нахождение оптимальной стратегии. Решение логических задач на переливания и взвешивания.

IV. Комбинаторика расположений (2 часа)

Методы комбинаторики расположений. Расположения и покрытия. Решения задач, связанных с расположениями на шахматной доске.

Итоговый контроль. (1 час)

Итоговая олимпиада. Анализ итоговой олимпиады

Тематическое планирование

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков	Кол-во часов	Контроль
	Аналитические методы	**5**	
1	Решение уравнений в целых числах.	1	
2	Решение уравнений с целой и дробной частями числа.	1	
3	Неравенства с целой и дробной частями числа.	1	
4	Неравенство Коши-Буняковского.	1	
5	Решение задач на неравенство Коши-Буняковского.	1	
	Инварианты и полуинварианты (часов)	**5**	
6	Инварианты и полуинварианты.	1	
7	Решение задач с помощью инварианта	1	
8	Использование метода раскрашивания при поиске инвариантов	1	
9	Основные методы исследования чисел на делимость и нахождение остатков при поиске инвариантов и полуинвариантов.	1	
10	Решение задач на обобщенный принцип Дирихле.	1	
	Логические задачи	**4**	
11	Логические задачи на нахождение оптимальной стратегии.	1	
12	Решение задач на оптимальные стратегии.	1	
13	Решение задач на переливания	1	
14	Решение задач на взвешивания	1	
	Комбинаторика расположений	**2**	
15	Методы комбинаторики расположений.	1	
16	Задачи на расположения на шахматной доске.	1	
	Итоговый контроль.	**1**	
17	Итоговая олимпиада	1	

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Оценочные материалы

<u>Задания для итоговой (лицейской) олимпиады</u>

1. Сумма нескольких последовательных натуральных чисел равна 2003. Найдите количество этих чисел (все возможные случаи).

2. Доказать неравенство $\sqrt{\frac{a^2}{b}}+\sqrt{\frac{b^2}{a}} \geq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ для всех положительных значений переменных.

3. Решите уравнение $x^2 - 2x\sin xy + 1 = 0$.

4. Около окружности радиуса r описан правильный 12-угольник $A_1A_2 \ldots A_{12}$. Докажите, что $A_1A_2 + A_1A_4 = 2r$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Основные методы решения уравнений в целых числах

Существует множество математических задач, ответами к которым служат одно или несколько целых чисел. В качестве примера можно привести четыре классические задачи, решаемые в целых числах – задача о взвешивании, задача о разбиении числа, задача о размене и задача о четырёх квадратах. Стоит отметить, что, несмотря на достаточно простую формулировку этих задач, решаются они весьма сложно, с применением аппарата математического анализа и комбинаторики. Идеи решения первых двух задач принадлежат швейцарскому математику Леонарду Эйлеру (1707–1783). Однако наиболее часто можно встретить задачи, в которых предлагается решить уравнение в целых (или в натуральных) числах. Некоторые из таких уравнений довольно легко решаются методом подбора, но при этом возникает серьёзная проблема – необходимо доказать, что все решения данного уравнения исчерпываются подобранными (то есть решений, отличных от подобранных, не существует). Для этого могут потребоваться самые разнообразные приёмы, как стандартные, так и искусственные. Подобные задания достаточно часто встречаются в олимпиадах по математике разных лет и различных уровней, а также в задании 19 ЕГЭ по математике (профильный уровень). В то же время в школьном курсе математики данная тема практически не рассматривается, поэтому школьники, участвуя в математических олимпиадах или сдавая профильный ЕГЭ по математике, обычно сталкиваются со значительными трудностями при выполнении подобного рода заданий.

Задача 1. Решить в натуральных числах уравнение $n! + 5n + 13 = k^2$.

Решение. Заметим, что $n!$ оканчивается нулём при $n > 4$. Далее, при любых $n \in N$, число $5n$ оканчивается либо цифрой 0, либо цифрой 5. Следовательно, при $n > 4$ левая часть уравнения оканчивается либо цифрой 3, либо цифрой 8. Но она же равна точному квадрату, который не может оканчиваться этими цифрами. Поэтому нужно перебрать только четыре варианта: $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$, $n = 4$.

$$1)\ n = 1 \Rightarrow k^2 = 19 \Rightarrow k \notin \mathrm{N}.$$
$$2)\ n = 2 \Rightarrow k^2 = 25 \Rightarrow k = 5.$$
$$3)\ n = 3 \Rightarrow k^2 = 34 \Rightarrow k \notin \mathrm{N}.$$
$$4)\ n = 4 \Rightarrow k^2 = 57 \Rightarrow k \notin \mathrm{N}.$$

Значит, уравнение имеет единственное натуральное решение $n = 2$, $k = 5$.

В этой задаче использовались свойства точных квадратов, свойства факториалов, и остатки от деления обеих частей уравнения на 10.

Задача 2. Решить в целых числах уравнение $n^2 – 4y! = 3$.

Решение. Сначала перепишем исходное уравнение в виде $n^2 = 4y! + 3$. Если посмотреть на это соотношение с точки зрения теоремы о делении с остатком, то можно заметить, что точный квадрат, стоящий в левой части уравнения, даёт при делении на 4 остаток 3, что невозможно. Действительно, любое целое число представимо в одном из следующих четырёх видов:

$$x = 4a,\ \ x = 4a + 1,\ \ x = 4a + 2,\ \ x = 4a + 3.$$

Для каждого из этих случаев имеем:

$$x^2 = 16a^2 = 4(4a^2);$$
$$x^2 = 16a^2 + 8a + 1 = 4(4a^2 + 2a) + 1;$$
$$x^2 = 16a^2 + 16a + 4 = 4(4a^2 + 4a + 1);$$
$$x^2 = 16a^2 + 24a + 9 = 4(4a^2 + 6a + 2) + 1.$$

Таким образом, точный квадрат при делении на 4 даёт в остатке либо 0, либо 1. Следовательно, исходное уравнение не имеет решений.

Задача 3. Решить в целых числах уравнение $8z^2 = (t!)2 + 2$.

Решение. Непосредственная проверка показывает, что $t = 0$ и $t = 1$ не являются решениями уравнения. Если $t > 1$, то $t!$ является чётным числом, то есть, оно представимо в виде $t! = 2s$. В таком случае уравнение можно преобразовать к виду $4z^2 = 2s^2 + 1$. Однако, полученное уравнение заведомо не имеет решений, ибо в левой части стоит чётное число, а в правой – нечётное.

Задача 4. Решить в целых числах уравнение $x^2 + y^2 – 2x + 6y + 5 = 0$.

Решение. Исходное уравнение можно переписать следующим образом:

$$(x – 1)^2 + (y + 3)^2 = 5.$$

Из условия следует, что $(x – 1)$, $(y + 3)$ – целые числа. Следовательно, данное уравнение эквивалентно следующей совокупности:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-1)^2 = 1,\\ (y+3)^2 = 4.\end{cases}\\ \begin{cases}(x-1)^2 = 4,\\ (y+3)^2 = 1.\end{cases}\end{array}\right.$$

Теперь можно выписать всевозможные целые решения уравнения.

$$(2;-1),(2;-5),(0;-1),(0;-5),(3;-1),(3;-4),(-1;,-2),(-1;-4).$$

Задача 5. Решить в целых числах уравнение $z\,t + t – 2z = 7$.

Решение. Исходное уравнение можно преобразовать к виду $(z + 1)\,(t – 2) = 5$. Числа $(z + 1)$, $(t – 2)$ являются целыми, поэтому имеют место следующие варианты:

1) $\begin{cases}z+1 = 1,\\ t-2 = 5.\end{cases}$ Отсюда имеем $z = 0, t = 7$.

2) $\begin{cases}z+1 = 5,\\ t-2 = 1.\end{cases}$ Тогда $z = 4, t = 3$.

3) $\begin{cases}z+1 = -1,\\ t-2 = -5.\end{cases}$ В таком случае $z = -2, t = -3$.

4) $\begin{cases}z+1 = -5,\\ t-2 = -1.\end{cases}$ Значит, $z = -6, t = 1$.

Итак, уравнение имеет ровно четыре целых решения.

Задача 6. Решить в целых числах уравнение $n\,(n + 1) = (2k + 1)!!$

Решение. Число $(2k + 1)!!$ нечётно при всех неотрицательных значениях k согласно определению (при отрицательных k оно вообще не определено). С другой стороны, оно равно числу $n\,(n + 1)$, которое чётно при всех целых значениях k. Противоречие.

Задача 7. Решить в целых числах уравнение $xy + x + 2y = 1$.

Решение. Путём преобразований уравнение можно свести к следующему:

$$x = -2 - \frac{3}{y+1}$$

Данное преобразование не изменило ОДЗ неизвестных, входящих в уравнение, так как подстановка y = –1 в первоначальное уравнение приводит к абсурдному равенству –2 = 1. Согласно условию, x – целое число. Иначе говоря, $-2 - \frac{3}{y+1}$ тоже целое число. Но тогда число $\frac{3}{y+1}$ обязано быть целым. Дробь является целым числом тогда и только тогда, когда числитель делится на знаменатель. Делители числа 3: 1,3 –1, –3. Следовательно, для неизвестной возможны четыре случая: y = 0, y = 2, y = –2, y = –4. Теперь можно вычислить соответствующие значения неизвестной x. Итак, уравнение имеет ровно четыре целых решения: (–5;0), (–5;2), (1;–2), (1;–4).

Задача 8. Решить в целых числах уравнение $5m = n^2 + 2$.

Решение. Если $m = 0$, то уравнение примет вид n2 = –1. Оно не имеет целых решений. Если $m <$ 0, то левая часть уравнения, а значит, и n, не будет являться целым числом. Значит, $m > 0$. Тогда правая часть уравнения (как и левая) будет кратна 5. Но в таком случае n2 при делении на 5 должно давать остаток 3, что невозможно (это доказывается методом перебора остатков, который был изложен при решении задачи 1). Следовательно, данное уравнение не имеет решений в целых числах.

Задача 9. Решить в целых числах уравнение (x!)4 + (y – 1)4 = (z + 1)4.

Решение. Заметим, что в силу чётности показателей степеней уравнение эквивалентно следующему: (x!)4 + |y – 1|4 = |z + 1|4. Тогда x!, |y – 1|, |z + 1| – натуральные числа. Однако, согласно Великой теореме Ферма, эти натуральные числа не могут удовлетворять исходному уравнению. Таким образом, уравнение неразрешимо в целых числах.