Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
Лицей ИГУ г. Иркутска (МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска)

РАССМОТРЕНО
на заседании методического
объединения учителей
математики
от 29.08.2023г. протокол №1.
Руководитель МО И.Л. Коваленок

ПРИНЯТО
решением педагогического совета
от 30.08.2023 г., протокол №1

УТВЕРЖДЕНО
Приказ № 01-06-226 от 30.08.2023 г
Директор Е.Ю. Кузьмина

МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА

Подписано цифровой подписью: МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА
DN: c=RU, st=ИРКУТСКАЯ ОБЛАСТЬ, street=УЛ. АКАДЕМИКА КУРЧАТОВА Д. 13А, l=Г. ИРКУТСК, title=Директор, o=МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА, 1.2.643.100.1=120D31303533383132303530343031, 1.2.643.100.3=120B30333939439323137353835, 1.2.643.100.4=120A3338313230383333032, 1.2.643.3.131.1.1=120C333831323533313438323439, email=ligu_irk@mail.ru, givenName=Елена Юрьевна, sn=Кузьмина, cn=МУНИЦИПАЛЬНОЕ АВТОНОМНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ЛИЦЕЙ ИГУ ГОРОДА ИРКУТСКА
Дата: 2024.02.28 12:11:05 +08'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
«Нестандартные задачи элементарной математики» для 9 класса

Срок реализации программы 1 год

Составители программы: Коваленок И.Л.,
учитель математики
МАОУ Лицей ИГУ г. Иркутска

г. Иркутск
2023 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:

	9 класс
Количество учебных недель	33
Количество часов в неделю	1 ч/нед
Количество часов в год	33

В рабочую программу включены содержание программы, тематическое планирование, требования к математической подготовке учащихся к концу десятого и одиннадцатого классов, в качестве приложения 1 программы включены оценочные материалы, приложения 2 – методические материалы.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

I Действительные числа (12 часов)

Целые числа. Делимость целых чисел. Признаки делимости. Деление целых чисел с остатком. Сравнимость по модулю целых чисел. Решение уравнений в целых числах. Решение текстовых задач на составление уравнений и неравенств в целых числах. Метод математической индукции.

Рациональные и иррациональные числа. Замкнутость множества рациональных чисел. Доказательство существования иррациональных чисел. Десятичные приближения иррациональных чисел. Действительные числа. Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Модуль действительного числа и его свойства. Сравнение действительных чисел. Свойства числовых неравенств. Неравенство Коши (Евклида). Доказательство числовых неравенств. Неравенство Коши-Буняковского, использование неравенств для оценки значений функции.

II Уравнения и неравенства (13 часов)

Решение алгебраических уравнений и неравенств, содержащих знак модуля. Решение алгебраических уравнений и неравенств заменой переменных. Решение линейных уравнений и систем линейных уравнений с параметрами. Квадратный трехчлен в задачах с параметрами. Теорема Виета. Расположение корней квадратного трехчлена на числовой оси. Отбор корней квадратного трехчлена.

Решение трансцендентных уравнений и неравенств и их систем. Решение трансцендентных уравнений и неравенств с параметрами. Доказательство неравенств.

III Графики и графические методы (9 часов)

Построение графиков функций и геометрических мест точек, удовлетворяющих заданным условиям. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом сечений. Решение уравнений и неравенств с параметрами методом областей.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

Номер урока	Наименование разделов и тем уроков.	Кол-во часов	Контроль
	Действительные числа	12	
1	Натуральные числа. Поразрядная запись натурального числа.	1	
2	Решение задач в целых числах.	1	
3	Целые числа. Делимость целых чисел.	1	
4	Признаки делимости.	1	
5	Решение уравнений в целых числах методом разложения на множители.	1	
6	Свойства числовых неравенств.	1	
7	Основные методы доказательства числовых неравенств.	1	
8	Доказательство числовых неравенств.	1	
9	Неравенство Коши (Евклида).	1	
10	Модуль действительного числа и его свойства.	1	
11	Решение задач на использование свойств модуля числа.	1	
12	**Тест**		1
	Решение уравнений и неравенств	13	
13,14	Решение линейных уравнений с модулем.	2	
15	Решение линейных уравнений с параметрами.	1	
16,17	Решение систем линейных уравнений с параметрами.	2	
18	Решение квадратных уравнений с модулем.	1	
19,20	Решение квадратных неравенств с модулем.	2	
21	Теорема Виета.	1	
22	Применение теоремы Виета к решению задач с параметрами.	1	
23,24	Решение текстовых задач на составление систем уравнений.	2	
25	Решение текстовых задач на составление систем неравенств.	1	
	Графики и графические методы	8	
26	Графики линейных функций, содержащих знак модуля.	1	
27	Графики квадратичных функций, содержащих знак модуля.	1	
28	Построение геометрических мест точек, заданных алгебраическими уравнениями и неравенствами.	1	
29	Построение геометрических мест точек, заданных системами алгебраических уравнений и неравенств.	1	
30	Метода сечений семейством линий $y=a$ для определения количества решений уравнений, содержащих параметры.	1	
31	Решение задач методом сечений.	1	
32	Тест		1
33, 34	Обобщение материала	2	

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПО ДАННОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

По разделу «Действительные числа»

Учащиеся должны иметь представление:

- о множестве натуральных чисел;
- о модуле действительного числа и его свойствах;

знать:

- признаки делимости целых чисел;
- свойства числовых неравенств;
- основные методы доказательства числовых неравенств, неравенство Коши;

уметь:

- решать задачи с использованием признаков делимости на 2, **3,** 5, 9;
- использовать в задачах поразрядную запись натурального числа;
- решать уравнения в целых числах методом разложения на множители;
- доказывать простые числовые неравенства преобразованием к очевидному.

По разделу «Уравнения и неравенства»

Учащиеся должны иметь представление:

- о параметрах, что значит решить уравнение с параметрами;
- о способах решения уравнений и неравенств с модулем;

знать:

- теорему Виета;
- способы решения простейших уравнений и систем уравнений с параметрами;

уметь:

- решать линейные и квадратные уравнения и неравенства, содержащие знак модуля, методом раскрытия модуля (по определению) и методом замены переменной;
- решать линейные уравнения и системы линейных уравнений с параметрами;
- применять теорему Виета при отборе корней квадратного трехчлена;
- решать текстовые задачи на составление неравенств.

По разделу «Графики и графические методы»

Учащиеся должны иметь представление:

- о геометрическом месте точек на плоскости, заданным набором условий;
- о методе сечений в задачах с параметрами;

знать:

- преобразование графиков функций, содержащих знак модуля;

уметь:

- строить графики линейной, квадратичной, дробно-линейной функций, содержащие знак модуля;
- строить геометрические места точек, задаваемые алгебраическими уравнениями, неравенствами и их системами;
- определять количество решений уравнений с параметрами методом сечений семейств линий $y = a$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Контрольная работа № 1

1. Решите в целых числах уравнения: а) $x^2 - 3xy = x - 3y + 2$; б) $x^2 - xy - 2y^2 = 1$.
2. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 3, а в остатке 7. Найдите это число.
3. Докажите, что при любом натуральном n а) $n(n+1)$ кратно 2; б) $n(2n-1)(2n+1)$ кратно 3.
4. Докажите неравенство $a^2 + b^2 \geq 2(a+b-1)$.
5. Сравните числа $\sqrt{23} - \sqrt{11}$ и $\sqrt{22} - \sqrt{10}$.
6. Верно ли, что: а) если $a > 3$, то $|a| > 3$; б) если $a < 4$, то $|a| < 4$;
   в) если $a < -2$, то $|a| > 2$; г) если $-5 < a < 5$, то $|a| < 5$?

Контрольная работа № 2

1. Для каждого значения параметра *а* решить уравнение $(a^2 - 4)x = a^2 - 2a - 8$.
2. При каких значениях параметра *m* сумма квадратов корней уравнения $x^2 + (m-1)x + m^2 - 1{,}5 = 0$ наибольшая?
3. Найдите все значения *a*, при которых неравенство $x^2 + (2a + 4)x + 8a + 1 \leq 0$ **не имеет** решений.
4. Пристани A и B, расстояние между которыми равно 120 км, расположены на реке, скорость течения которой равна 5 км/ч. Катер проходит от A до B и обратно без остановок со средней скоростью 24 км/ч. Найдите собственную скорость катера.
5. Постройте график функции $y = f(x)$, где $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ 0{,}5x - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 2, \\ x^2 - 6x + 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$ При каких значениях *к* прямая $y = kx - 1$ имеет с графиком этой функции четыре общих точки?
6. Постройте график функции $y = \dfrac{(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 3x + 2)}{x^2 - 4}$ и определите, при каких значениях *c* построенный график будет иметь ровно одну общую точку с прямой $y = cx$.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Подборка задач по теме «Действительные числа» 9 класс

1. Найти все пятизначные числа вида $67m1n$ (m и n - цифры), которые делятся на 36.
2. Найти все пятизначные числа вида $2m57n$ (m и n - цифры), которые делятся на 15.
3. Найти все пятизначные числа вида $517mn$ (m и n - цифры), которые делятся на 18.
4. Найти все пятизначные числа вида $74m3n$ (m и n - цифры), которые делятся на 45.
5. Доказать, что разность любого трехзначного числа и трехзначного числа, записанного теми же цифрами, но в обратном порядке, делится на 9.
6. Докажите, что трехзначное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, делится на 37.
7. Докажите, что если в трехзначном числе две последние цифры одинаковы, а сумма его цифр делится на 7, то и само число делится на 7.
8. К числу 15 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
9. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.
10. Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить 0.
11. Между цифрами двузначного числа, кратного 3, вставили 0, и к полученному трехзначному числу прибавили удвоенную цифру его сотен. Получилось число в 9 раз больше первоначального. Найдите исходное число.
12. К числу 15 припишите справа и слева по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.
13. Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.
14. Найдите все натуральные числа, которые увеличиваются в 9 раз, если между цифрой единиц и цифрой десятков вставить 0.
15. Между цифрами двузначного числа, кратного 3, вставили 0, и к полученному трехзначному числу прибавили удвоенную цифру его сотен. Получилось число в 9 раз больше первоначального. Найдите исходное число.
16. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если к искомому числу прибавить 36, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.
17. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.
18. Задумано целое положительное число. К его записи присоединили справа цифру 7 и из получившегося нового числа вычли квадрат задуманного числа. Остаток уменьшили на 75 % и еще вычли задуманное число. В результате всего пришли к нулю. Какое число задумано.
19. Определить целое положительное число по следующим данным: если его записать цифрами и присоединить справа цифру 4, то получим число, делящееся без остатка на число, более искомого на 4, а в частном получится число, меньше делителя на 27.
20. Произведение цифр двузначного числа в три раза меньше самого числа. Если к искомому числу прибавить 18, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти это число.
21. Сумму всех четных двузначных чисел разделили на одно из них. Остатка не было. Получившееся частное только порядком цифр отличается от делителя, а сумма его цифр равна 9. Какое двузначное число являлось делителем?
22. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то получится в частном 4 и в остатке 3. Если же это число разделить на произведение его цифр, то получится в частном 3 и в остатке 5. Найти это число.
23. Если бы ученик правильно перемножил два написанных на доске числа, то получил бы в произведении 4500. Но переписывая с доски сомножители, в одном из них ученик вместо последней цифры 5 написал цифру 3 и после умножения в результате по лучил 4380. Какие числа должен был перемножить ученик.
24. Около дома посажены липы и березы, причем общее количество берез более 14. Если количество лип увеличить вдвое, а количество берез - на 18, то берез станет больше. Если увеличить вдвое

количество берез, не изменяя количество лип, то лип все равно будет больше. Сколько лип и сколько берез было посажено?

25. В двух ящиках вместе более 27 деталей. Если бы в первом ящике лежало на 24 детали больше, то число деталей в нем более чем в два раза превышало бы число деталей во втором ящике, а если бы в первом ящике было на 10 деталей меньше, то число деталей во втором ящике превышало бы число деталей в первом более, чем в 9 раз. Сколько деталей лежит в первом ящике.
26. Каково минимальное количество учеников в выпускном классе средней школы, если известно, что процент неуспевающих учеников в классе заключен в пределах от 2,5% до 2,9%?
27. Квартал застроен девятиэтажными и шестнадцатиэтажными домами, причем шестнадцатиэтажных домов меньше чем девятиэтажных. Если число шестнадцатиэтажных домов увеличить вдвое, то общее число домов станет более 24, а если увеличить вдвое число девятиэтажных домов, то общее количество домов станет менее 27. Сколько построено девятиэтажных и сколько шестнадцатиэтажных домов?
28. Сумма, равная 53к., составлена из трехкопеечных и пятикопеечных монет, общее число которых меньше 15. Если в этом наборе монет трехкопеечные монеты заменить пятикопеечными, а пятикопеечные - трехкопеечными, то полученная в результате сумма уменьшится по сравнению с первоначальной, но не более чем в 1,5 раза. Сколько трехкопеечных монет было в наборе.
29. Доказать неравенства:

$$a^2+b^2+c^2 \ge ab+ac+bc;$$

$$(a+b+c)^2 \le 3(a^2+b^2+c^2);$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2+\left(\frac{c}{a}\right)^2 \ge \frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}.$$

30. Доказать, что $a^4+b^4+c^4 \ge a+b+c$, если *abc=1, a>0, b>0.*

31. Доказать, что $\frac{a^3}{bc}+\frac{b^3}{ac}+\frac{c^3}{ab} \ge a+b+c$, *(a>0, b>0, c>0).*

32. Доказать, что $a^3+b^3+c^3 \ge 3abc$ *(a>0, b>0, c>0).*

33. Докажите, что если $a^2+b^2=1$, то $|a+b| \le \sqrt{2}$.

34. Докажите, что если $a+b=1$, то $a^2+b^2 \ge \frac{1}{2}$.

35. Решить уравнение в натуральных числах: $x^2-y^2=221$.

36. Решить уравнение в целых числах: $x^2-y^2=91$.

37. Решить уравнение в целых числах: $x^3+x^2+x-3=0$.